

УДК 621.771.8: 519.852

Загорянский В. Г.

**МОДЕЛИРОВАНИЕ ТОЛЩИН СЛОЕВ ДВУХСЛОЙНЫХ  
БИМЕТАЛЛИЧЕСКИХ ПАКЕТОВ ПО КОЭФФИЦИЕНТУ  
НЕРАВНОМЕРНОСТИ ПОСЛОЙНОЙ ДЕФОРМАЦИИ**

Разработанные теоретические методы расчета неравномерности деформации слоев при получении биметаллических полос пакетной прокаткой [1] имеют значительную погрешность и применимы зачастую лишь для качественного анализа или приближенных вычислений [2]. Методика экспериментальных исследований зависимостей распределения послойной деформации при прокатке биметаллов, дающая более точные результаты, которая приведена в работе [3], не всегда применима по экономическим соображениям в связи с широким распространением биметаллов, в качестве плакирующих слоев которых используются дорогие цветные металлы и сплавы.

Для биметаллических пакетов, составленных из двух слоев, неравномерность деформации слоев было предложено [2] оценивать по коэффициенту неравномерности послойной деформации, равному отношению разности логарифмов относительных деформаций (вытяжек) слоев, плакирующего  $\mu_1$  и основного  $\mu_2$ , к логарифму общей деформации (вытяжки)  $\mu$  пакета:

$$k = \frac{\ln \mu_1 - \ln \mu_2}{\ln \mu}, \quad (1)$$

где  $\mu$  – вытяжка всего пакета,

$$\mu = \frac{H}{h}, \quad (2)$$

где  $H$  – исходная толщина пакета (толщина до прокатки),  $h$  – толщина биметаллической полосы после прокатки. Аналогично определяются вытяжки:

– плакирующего слоя:

$$\mu_1 = \frac{H_1}{h_1}, \quad (3)$$

где  $H_1$  – исходная толщина плакирующего слоя (его толщина до прокатки),  $h_1$  – толщина плакирующего слоя в биметаллической полосе после прокатки;

– основного слоя:

$$\mu_2 = \frac{H_2}{h_2}, \quad (4)$$

где  $H_2$  – исходная толщина основного слоя (его толщина до прокатки),  $h_2$  – толщина основного слоя в биметаллической полосе после прокатки.

Приведем также зависимости для определения толщины биметаллического пакета (до прокатки):

$$H = H_1 + H_2, \quad (5)$$

и толщины биметаллической полосы (после прокатки):

$$h = h_1 + h_2. \quad (6)$$

Из формулы (1) после преобразований получаются две зависимости [2]:

– для исходной толщины плакирующего слоя в биметаллическом пакете:

$$H_1 = \frac{\mu h}{1 + \frac{1}{\mu k} \frac{h_2}{h_1}}. \quad (7)$$

– для толщины плакирующего слоя в готовой биметаллической полосе:

$$h_1 = \frac{H}{\mu \left( 1 + \mu^k \frac{H_2}{H_1} \right)}. \quad (8)$$

В соответствии с формулой (1) коэффициент  $k$  зависит от величин вытяжки каждого из слоев и общей вытяжки пакета. Если нахождение общей вытяжки пакета не представляет трудностей, то нахождение вытяжек слоев затруднительно, что связано с тем, что неизвестны исходные толщины слоев  $H_1$  и  $H_2$ .

В работе [2] для облегчения подбора толщины исходной заготовки предлагается применять соответствующие графики, полученные методом последовательных приближений.

Данные графики построены в координатах «толщина плакирующего слоя в биметаллической полосе  $h_1$ » – «исходная толщина плакирующего слоя в пакете  $H_1$ ». Графики построены для трех значений относительной деформации пакета  $\varepsilon$ , равных 0,45 (45 %), 0,5 (50 %) и 0,55 (55 %).

Относительная деформация пакета:

$$\varepsilon = \frac{H - h}{H}. \quad (9)$$

Графики представляют собой семейства прямых для значений  $k$ , от 0 до 1, при соотношениях толщин слоев в готовой полосе 1:3, 1:4, 1:5.

Отметим, что данные графики не дают полной картины. Графики построены в ограниченных значениях – толщина приведенных на графиках плакирующих слоев  $h_1$  лежит в пределах 0,5–2 мм, а исходная толщина плакирующего слоя в пакете  $H_1$  лежит в пределах 2–5 мм.

Анализ задачи показывает, что имеет место оптимизационная задача, целевой функцией которой является коэффициент неравномерности деформации  $k$ , который должен быть оптимизирован до нулевого значения, а определяющими его переменными, значения которых неизвестны, исходные толщины плакирующего и основного слоев  $H_1$  и  $H_2$ .

Отметим, что подобные оптимизационные задачи успешно решаются с помощью инструмента Поиск решения пакета Microsoft Excel [4–6].

Целью работы является создание оптимизационной модели, связывающей начальные и конечные толщины слоев в пакете с коэффициентом неравномерности послойной деформации (случай прокатки двухслойных биметаллических пакетов), а также программная реализация этой модели для автоматизации расчетов и моделирования задач данного типа.

В данной оптимизационной задаче имеются следующие составляющие:

– исходные данные: толщина плакирующего слоя  $h_1$  в готовой полосе; отношение толщин слоев пакета  $h_1/h_2$  после прокатки (обозначим его  $n_1$ ); относительное обжатие пакета  $\varepsilon$ . Первые два параметра определяются требованиями к биметаллической полосе (обычно приводится доля  $h_1/h$  плакирующего слоя в общей толщине биметаллической полосы, в долях единицы или в процентах, и толщина биметаллической полосы  $h$ ). Зная долю плакирующего слоя и толщину биметаллической полосы, легко найти толщины слоев в биметаллической полосе и их отношение;

– переменные: толщины плакирующего  $H_1$  и основного  $H_2$  слоев в пакете до прокатки;

– целевая функция – коэффициент неравномерности послойной деформации (преобразованная зависимость (1) с учетом зависимостей (2)–(4)):

$$k = \frac{\ln \frac{H_1}{h_1} - \ln \frac{H_2}{h_2}}{\ln \frac{H}{h}} \rightarrow 0. \tag{10}$$

– ограничения: сумма толщин искоемых слоев (переменных) в исходном пакете должна равняться толщине исходного пакета из условия обеспечения заданной относительной деформации; переменные модели должны быть неотрицательными.

Математическая модель данной задачи:

– целевая функция (коэффициент неравномерности послойной деформации) – зависимость (10),

– при ограничениях:

$$\begin{cases} H_1, H_2 \geq 0; \\ H = H_1 + H_2 = \frac{h}{1 - \varepsilon}. \end{cases} \tag{11}$$

Таким образом, очевидна типичная задача линейного программирования.

Данная модель относится к классу задач анализа «что-если», для решения которых используются итерационные алгоритмы, реализуемые в различных программных пакетах (в данном случае используем инструмент Поиск решения программы Microsoft Excel) [6].

Рассмотрим примеры расчета слоев (по данным описанных выше графиков [2]).

Пусть  $h_1/h_2 = n_1 = 0,25$ ;  $\varepsilon = 0,45$ .

Значения, полученные по графику [2], и результаты расчетов приведены в табл. 1.

Таблица 1

Результаты, полученные по графику [2], и по расчетам ( $\varepsilon = 0,45$ ,  $n_1 = 0,25$ )

$h_1$ , мм	$h_2$ , мм	$h$ , мм	$H$ , мм	$\mu$	$H_1$ , мм	$H_2$ , мм
$k = 1$						
1	4	5	9,1	1,82	2,8	6,3
1,75	7	8,75	15,9	1,82	5	10,9
$k = 0$						
1,1	4,4	5,5	10	1,82	2	8
2	8	10	18,2	1,82	3,6	14,6

На рис. 1 приведен фрагмент рабочего листа Microsoft Excel с введенными исходными данными, выражением для целевой функции и ограничениями рассматриваемого примера.

	A	B	C	D	E	F	G
1	<b>Исходные данные</b>			<b>Промежуточные результаты и ограничения</b>			
2	$h_1$ , мм	1		$h_2 (h_1/n_1)$ , мм	4		
3	$n_1 (h_1/h_2)$	0,25		$h = h_1+h_2$ , мм	5		
4	$\varepsilon$	0,45		$H = h/(1-\varepsilon)$ , мм	9,090909091		
5	$k$	1		$H = H_1+H_2$ , мм	2		
6				$\mu = H/h$	1,818181818		
7	<b>Переменные</b>			$\mu_1 = H_1/h_1$	1		
8	$H_1$ , мм	1		$\mu_2 = H_2/h_2$	0,25		
9	$H_2$ , мм	1					
10				<b>Проверка</b>			
11	<b>Целевая функция, k</b>	2,3188501		$H_1$ , мм	1,098901099		

Рис. 1. Фрагмент листа Excel с введенными исходными данными, выражением для целевой функции и ограничениями примера

Отметим, что выражение для целевой функции представляет собой отношение натуральных логарифмов, поэтому для корректной работы надстройки Поиск решения следует ввести в ячейки переменных какие-то положительные числа, проще всего, единицы. Результат решения надстройкой Поиск решения показан на рис. 2.

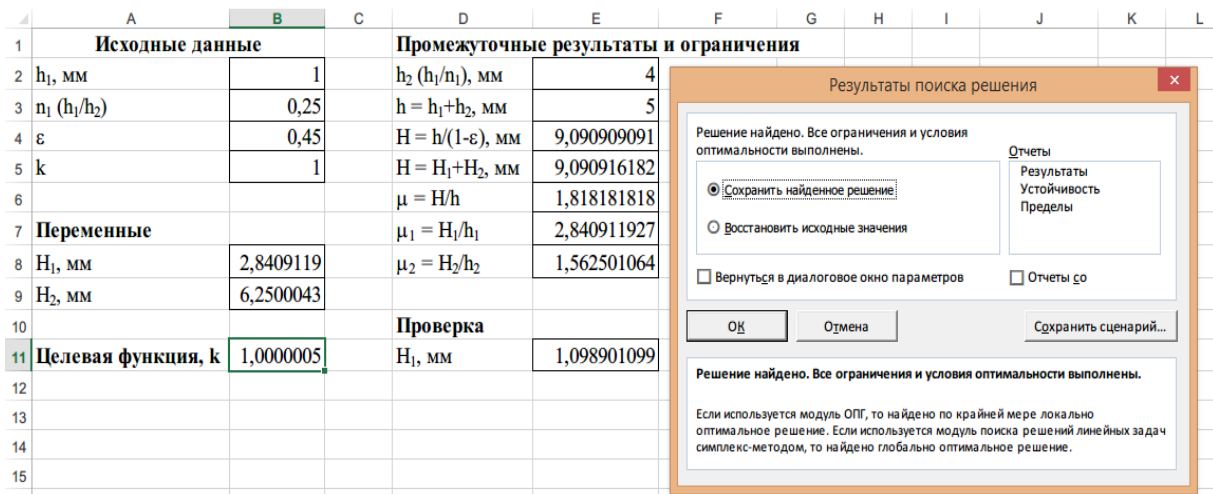


Рис. 2. Результаты решения примера ( $k = 1$ ) на листе Excel

Отметим, что результаты, полученные по графику и расчету (см. табл. 1) и с помощью оптимизационной модели (см. рис. 2), совпадают.

С точки зрения получения качественной биметаллической полосы интересует случай, когда коэффициент неравномерности послойных обжатий равен нулю. Для этого в окне Поиск решения следует указать, что целевую функцию нужно оптимизировать до значения 0.

Результат решения надстройкой Поиск решения примера для  $k = 0$  показан на рис. 3.

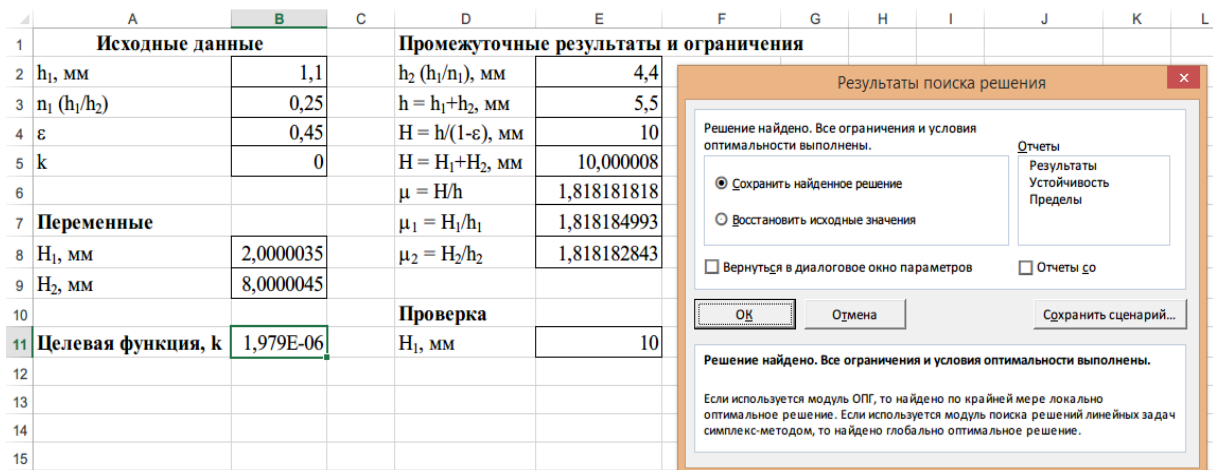


Рис. 3. Результаты решения примера ( $k = 0$ ) на листе Excel

Результаты, полученные по графику и расчету (см. табл. 1) и с помощью оптимизационной модели (см. рис. 3), также совпадают, коэффициент неравномерности деформации равен нулю, что позволяет рекомендовать использование данной модели и ее программной реализации для решения задач подобного типа.

### ВЫВОДЫ

На основе известных закономерностей деформации биметалла при прокатке (расчет на основе применения коэффициента неравномерности послойной деформации) разработана оптимизационная модель, предназначенная для расчета исходных толщин составляющих

слоев, при которых обеспечивается заданный коэффициент неравномерности послойной деформации (или его оптимизация до нулевого значения) биметаллической полосы. Для программной реализации этой модели использован инструмент Поиск решения программы Microsoft Excel.

Предлагаемая модель и ее программная реализация позволит автоматизировать расчеты при технологической подготовке производства двухслойных биметаллических полос.

#### СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кобелев А. Г. *Технология слоистых металлов* / А. Г. Кобелев, И. Н. Потапов, Е. В. Кузнецов – М. : *Металлургия*, 1991. – 248 с.
2. *Подшипники из алюминиевых сплавов* / Н. А. Буше, А. С. Гуляев, А. В. Двоскина, К. М. Раков. – М. : *Транспорт*, 1974. – 256 с.
3. Аркулис Г. Э. *Совместная пластическая деформация разных металлов* / Г. Э. Аркулис. – М. : *Металлургия*, 1964. – 350 с.
4. Загорянский В. Г. *Моделирование исходных толщин слоев при прокатке биметаллических пакетов по условиям совместного пластического деформирования* / В. Г. Загорянский // *Вісник Кременчуцького національного університету імені Михайла Остроградського*. – Кременчук : *КрНУ*, 2014. – Випуск 4 (87). – С. 94–99.
5. Загорянский В. Г. *Моделирование и программная реализация задачи минимизации изгиба полосы при прокатке по методике подбора толщин слоев компонентов* / В. Г. Загорянский // *Обработка материалов давлением : сборник научных трудов*. – Краматорск : *ДГМА*, 2013. – № 4 (37). – С. 63–69.
6. Загорянский В. Г. *Моделирование толщин слоев после прокатки симметричных биметаллических пакетов на основе энергетического подхода* / В. Г. Загорянский, О. В. Загорянский // *Научный вестник Донбасской государственной машиностроительной академии*. – Краматорск : *ДГМА*, 2013. – № 2 (12Е). – С. 63–69.

#### REFERENCES

1. Kobelev A. G. *Tehnologija sloistyh metallov* / A. G. Kobelev, I. N. Potapov, E. V. Kuznecov – M. : *Metallurgija*, 1991. – 248 s.
2. *Podshipniki iz aljuminievjyh splavov* / N. A. Bushe, A. S. Guljaev, A. V. Dvoskina, K. M. Rakov. – M. : *Transport*, 1974. – 256 s.
3. Arkulis G. Je. *Sovmestnaja plasticheskaja deformacija raznyh metallov* / G. Je. Arkulis. – M. : *Metallurgija*, 1964. – 350 s.
4. Zagorjanskij V. G. *Modelirovanie ishodnyh tolshhin sloev pri prokatke bimetallicheskih paketov po uslovijam sovmestnogo plasticheskogo deformirovanija* / V. G. Zagorjanskij // *Visnik Kremenchuc'kogo nacional'nogo universitetu imeni Mihajla Ostrograds'kogo*. – Kremenchuk : *KrNU*, 2014. – Vipusk 4 (87). – S. 94–99.
5. Zagorjanskij V. G. *Modelirovanie i programnaja realizacija zadachi minimizacii izgiba polosy pri prokatke po metodike podbora tolshhin sloev komponentov* / V. G. Zagorjanskij // *Obrabotka materialov davleniem : sbornik nauchnyh trudov*. – Kramatorsk : *DGMA*, 2013. – № 4 (37). – S. 63–69.
6. Zagorjanskij V. G. *Modelirovanie tolshhin sloev posle prokatki simmetrichnyh bimetallicheskih paketov na osnove jenergeticheskogo podhoda* / V. G. Zagorjanskij, O. V. Zagorjanskij // *Nauchnyj vestnik Donbasskoj gosudarstvennoj mashinostroitel'noj akademii*. – Kramatorsk : *DGMA*, 2013. – № 2 (12E). – S. 63–69.

Загорянский В. Г. – канд. техн. наук, доц. КрНУ.

КрНУ – Кременчугский национальный университет им. Михаила Остроградского, г. Кременчуг.

E-mail: zagor\_vlad@ukr.net

Статья поступила в редакцию 21.05.2015 г.